

Radiative decays of $c\bar{s}$ -mesons as relativistic S-wave states

前田 知人 (日大短大)



2007/7/20

RCNP 研究会 Challenge to New Exotic Hadrons with Heavy Quarks

於 大阪大学核物理研究センター

内容

1. 序論：ハドロンの共変的分類法と相対論的S波状態
2. 中間子の実効電流と固有電気双極子遷移
3. $c\bar{s}$ 中間子系の光崩壊
4. まとめ

相対論的S波状態とは？ (Relativistic S-Wave States)

- ➡ ハドロンの共変的分類法
(Covariant level classification scheme)

S. Ishida, M. Ishida, and T.M., PTP104 (2000)

§ 1. 序論

共変的分類法の基本的枠組み :

Boosted LS-coupling Scheme

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{ハドロン} \\ \text{波動関数} \end{array}} = \boxed{\text{時空部分}} \otimes \boxed{\text{スピン部分}}$$

非相対論的クォーク模型(NRQM)の素朴な拡張として時
空部分とスピン部分の直積の形を仮定.

それぞれ別々にブーストして相対論化.

§ 1. 序論

従来のBoosted LS-Coupling Scheme

- ① 時空部分：4次元調和振動子

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial X_\mu^2} - \mathcal{M}(x)^2\right)\Phi_{\alpha\beta}(X, x) = 0$$

- ② スピン部分：

非相対論的2成分Pauli spinor

$$\chi : \begin{matrix} \left[\begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix} \right], \left[\begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix} \right] \\ \hline SU(2)_\sigma \end{matrix} \quad \text{相対論化}$$

Covariant Oscillator Quark Model (COQM)

Feynman-Kislinger-Ravndal, Y.S.Kim, Namiki et al., Ishida et al.

相対論的4成分Dirac spinor

$$u(v=0) : \begin{matrix} \left[\begin{matrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \right], \left[\begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \right], \left[\begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{matrix} \right], \left[\begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{matrix} \right] \\ \hline U(4)_S \\ \supset SU(2)_\sigma \otimes SU(2)_\rho \end{matrix}$$

$\underbrace{\left[\begin{matrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \right], \left[\begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \right]}_{\rho_3 = +}$, ~~$\left[\begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{matrix} \right], \left[\begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{matrix} \right]$~~ , $\underbrace{\hspace{10em}}_{\rho_3 = -}$

Note : $v = \mathbf{P}/P_0 = 0 \Leftrightarrow$ hadron at rest

Subsidiary Condition

§ 1. 序論

$\rho_3 = -$ の基底

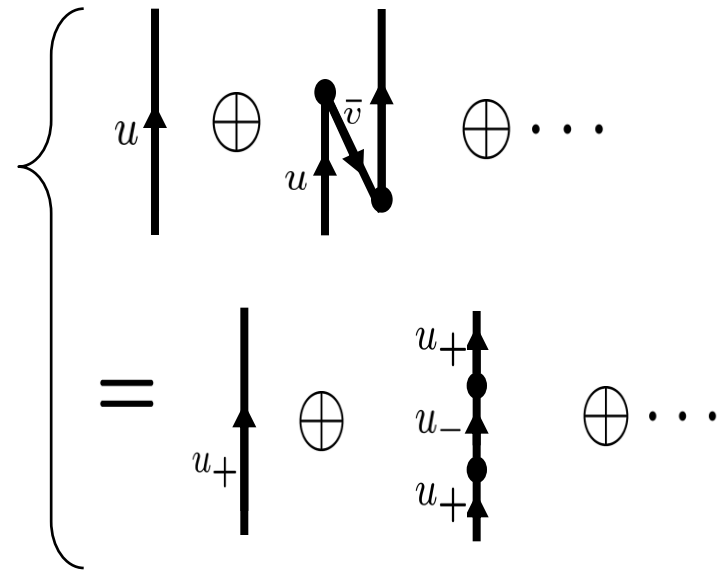
$\rho_3 = -$ (**Negative energy solution に対応**) の基底を **捨てれば**, ハドロンの状態の分類という観点では, 本質的にNRQMでの $SU(2)_\sigma \otimes O(3)_L$ 分類法と同等. (但しブーストの結果, WFにsmall component(ハドロンの反跳効果)は入る.)

しかし一方では

場の理論の立場では, 相対論的束縛状態の効果として, $\rho_3 = -$ の成分が必然的に基底に取り入れられる.

$$\rho_3 u_+(v=0) = u_+(v=0)$$

$$\rho_3 u_-(v=0) = -u_-(v=0)$$



§ 1. 序論

構成子模型の描像に、捨てていた「負エネルギー解」の効果を取り入れる。



ハドロンの変換的分類法

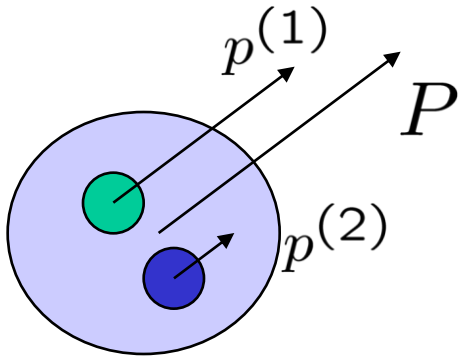
ハドロンのスピン波動関数(WF)は、静止系で $U(4)_S$ 対称性の既約表現として構成、時空部分と共にそれぞれを独立にブーストして相対論化。

その結果すべてのハドロンWFは、 $\tilde{U}(4)_S \otimes O(3,1)_{\text{Lorentz}}$ 空間の表現として分類される。

§ 1. 序論

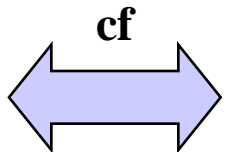
LS-couplingと構成子の「Exciton Picture」

ここで、スピンWFのブーストはハドロンの**重心速度**で行う (Bargman Wigner Spinor). 結果として、各構成子に対応するDirac Spinorは、ハドロン**の4-velocity**による On-shell 条件を満たす (Parton-like).



$$p_{\mu}^{(1,2)} = \frac{m^{(1,2)}}{m_1 + m_2} P_{\mu}$$

[$m_{1,2}$: 構成子クォーク質量パラメタ]



- ✓ HQS, HQET bi-spinor WFとの関係(後述).
- ✓ Small component にはクォークの軌道運動が含まれていない. 即ち, u_+ と u_- は軌道励起と関係ないparity doublet.

§ 1. 序論

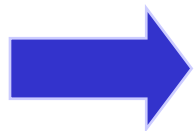
スピンWFの完全系による展開

一般に, quark・反quark系中間子のスピンWFには, $4 \times 4 = 16$ 成分が全てが寄与する.

$$c_\alpha \bar{s}^\beta = \begin{array}{c} (c_+)_\alpha (\bar{s}_+)^\beta \\ 2 \times 2 \end{array} \oplus \begin{array}{c} (c_+)_\alpha (\bar{s}_-)^\beta \\ 2 \times 2 \end{array} \oplus \begin{array}{c} (c_-)_\alpha (\bar{s}_-)^\beta \\ 2 \times 2 \end{array} \oplus \begin{array}{c} (c_-)_\alpha (\bar{s}_+)^\beta \\ 2 \times 2 \end{array}$$

Parity = - Parity = +

$\rho_3 = -$ 成分を含む状態: 非相対論的クォーク模型には存在しない状態.



“Relativistic S-wave states”

§ 1. 序論

スピンWFの具体形

基底状態 ($L=0$) $D_s^+ = (c \bar{s})$ 中間子系

	$(\rho_3, \bar{\rho}_3)$	J^P	Candidate	$(c\rho_3)_\alpha (\bar{s}_{\bar{\rho}_3})^\beta$
①	(+, +)	0^-	Ds(1968)	$[\Lambda_+(v) \frac{i\gamma_5}{\sqrt{2}} \Lambda_-(v)]_\alpha^\beta = [\frac{i\gamma_5}{2\sqrt{2}}(1 + iv\gamma)]_\alpha^\beta$
②		1^-	Ds*(2112)	$[\Lambda_+(v) \frac{i\gamma_\mu}{\sqrt{2}} \Lambda_-(v)]_\alpha^\beta \epsilon_\mu(v) = [\frac{i\gamma_\mu}{2\sqrt{2}}(1 + iv\gamma)]_\alpha^\beta \epsilon_\mu(v)$

$$\Lambda_\pm = \frac{1 \mp iv_\mu \gamma_\mu}{2} \quad \text{energy projection operator}$$

§ 1. 序論

スピンWFの具体形(cont' d)

	$(\rho_3, \bar{\rho}_3)$	J^P	Candidate	$(c_{\rho_3})_\alpha (\bar{s}_{\bar{\rho}_3})^\beta$
③	(+, -)	0^+	$D_{s_0}^*(2317)$	$[\Lambda_+(v) \frac{1}{\sqrt{2}} \Lambda_+(v)]_\alpha^\beta = [\frac{1}{2\sqrt{2}}(1 - iv\gamma)]_\alpha^\beta$
④		1^+	$D_{s_1}(2460)$	$[\Lambda_+(v) \frac{i\gamma_5\gamma_\mu}{\sqrt{2}} \Lambda_+(v)]_\alpha^\beta \epsilon_\mu(v) = [\frac{i\gamma_5\gamma_\mu}{2\sqrt{2}}(1 - iv\gamma)]_\alpha^\beta \epsilon_\mu(v)$
⑤	(-, +)	0^+	?	$[\Lambda_-(v) \frac{1}{\sqrt{2}} \Lambda_-(v)]_\alpha^\beta = [\frac{1}{2\sqrt{2}}(1 + iv\gamma)]_\alpha^\beta$
⑥		1^+	?	$[\Lambda_-(v) \frac{i\gamma_5\gamma_\mu}{\sqrt{2}} \Lambda_-(v)]_\alpha^\beta \epsilon_\mu(v) = [\frac{i\gamma_5\gamma_\mu}{2\sqrt{2}}(1 + iv\gamma)]_\alpha^\beta \epsilon_\mu(v)$

§ 1. 序論

波動関数と分類

上記WFはHQETで用いられるバispノールWFと同形であり、共變的分類法の立場では、全てS波状態と分類される。

また共變的分類法では、P波励起状態のWFはoscillator WFの励起した状態として、これらとは別に構成される。

§ 1. 序論

Chiral群の表現

構成子軽クォークについて

$$\underbrace{SU(6)_{SF}}_{\substack{\text{非相対論的} \\ \text{QM}}} \xrightarrow[SU(2)_\rho]{} \underbrace{U(12)_{SF}}_{\text{共変的分類法}} \Big|_{\text{at rest}} \supset SU(3)_L \otimes SU(3)_R$$

共変的分類法では、**スピン関数をカイラル群の表現で分類することが可能.**

$$(1_L, 3_R) \oplus (3_L, 1_R) \quad \text{カイラルパートナー} \quad \begin{cases} u_+(v=0) \\ u_-(v=0) \end{cases} \iff \begin{cases} c_+ \bar{s}_+ & (0^-, 1^-) \\ c_+ \bar{s}_- & (0^+, 1^+) \end{cases}$$

§ 1. 序論

共變的分類法は、dynamical problemを解くこと無しに、束縛されたクォーク複合系を記述する運動学的枠組みである。

§ 1. 序論

ここまでのまとめ：共変的分類法とその利点

1. 非相対論的クォーク模型では現れない $\rho_3 = -$ 成分を含む状態（`New Exotic` State）が出る.
2. ハドロンの重心運動を covariant に扱えるため，波動関数はハドロン反応に応用できる. (cf NRQM)
3. 軽クォーク系ハドロンから重クォーク系ハドロンまで，統一的に扱うことができる. (cf HQET)
4. Space-time WF の Overlapping 積分が Lorentz 不変な Form Factor を与える. (cf HQET)
5. ハドロンのクォーク複合構造を反映した保存電流が与えられる.

§ 2. 中間子の実効電流と固有電気双極子遷移

自由クライン・ゴールドン場の作用積分から出発:

以下, c-quark = 1, 反s-quark = 2 とする.

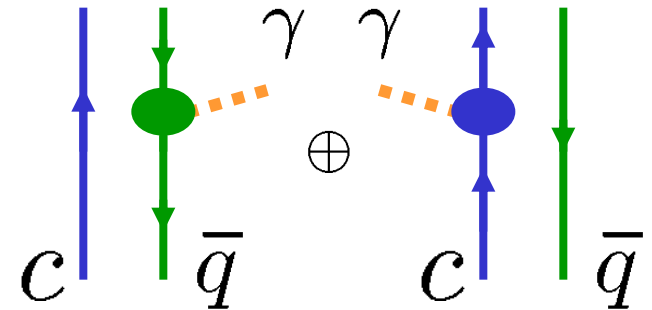
$$S_0 = \int d^4 X [\int d^4 x \langle \bar{\Phi}(x, X) (\partial_X^2 - \mathcal{M}(x)^2) \Phi(x, X) \rangle]$$

ミニマルな
置き換え:

$$\left(\begin{array}{l} X_\mu \equiv \frac{(m_1 x_{1\mu} + m_2 x_{2\mu})}{m_1 + m_2}, \quad x_\mu \equiv x_{1\mu} - x_{2\mu} \\ \mathcal{M}^2(x) = d \left[-\frac{1}{2\mu} \frac{\partial^2}{\partial x_\mu^2} + \frac{1}{2} K x_\mu^2 \right] \\ d = 2(m_1 + m_2), \quad \frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \end{array} \right)$$

$$\partial_{1,\mu} \Phi \rightarrow (\partial_{1,\mu} - i\frac{2}{3}eA(x_{1\mu}))\Phi, \quad \partial_{2,\mu} \bar{\Phi} \rightarrow (\partial_{2,\mu} - i(-\frac{1}{3})eA(x_{1\mu}))\bar{\Phi} \quad \dots \text{etc.}$$

$$\begin{aligned} S_I^{EM} &= \int d^4 x_q d^4 x_{\bar{q}} \sum_i j_{i,\mu}(x_q, x_{\bar{q}}) A_\mu(x_i) \\ &= \int d^4 X J_\mu(X) A_\mu \end{aligned}$$



§ 2. 中間子の実効電流と固有電気双極子遷移

「構成子」クォークの「スピン」とphotonとの結合について、構成子の内部磁気モーメントのパラメータ g_M を導入.

: Feynman-Kislinger-Ravndal(1971)

$$J_\mu(P, P') = J_{1,\mu}(P, P') + J_{2,\mu}(P, P')$$

$$J_{1,\mu}(P, P') = \frac{2}{3}e \langle \bar{W}^{(-)}(v') [(P_\mu + P'_\mu) + \frac{m_1 + m_2}{m_1} g_M^{(1)} i\sigma_{\mu\nu} q_\nu] W^{(+)}(v) \rangle I_G^{(1)}$$

$$J_{2,\mu}(P, P') = \frac{-1}{3}e \langle W^{(+)}(v) [-(P_\mu + P'_\mu) - \frac{m_1 + m_2}{m_2} g_M^{(2)} (-i\sigma_{\mu\nu} q_\nu)] \bar{W}^{(-)}(v') \rangle I_G^{(2)}$$

ここで $W(v)^{(\pm)}$: csbar中間子のスピンWF((+):消滅部分の意 ...etc.)

$q_\mu \equiv P_\mu - P'_\mu$: 放出光子の運動量,

$M(M')$: 光子放出前(後)の中間子の質量

$\langle \dots \rangle$: フレーバー及びディラックスピノールに関するトレース.

§ 2. 中間子の実効電流と固有電気双極子遷移

また, I_G は oscillator WF の overlapping 積分を表し, Form Factor を与える.

$$I_G^{(1)} = \int d^4x f_G^*(v', x) f_G(v, x) e^{-i\frac{2m_2}{d}q_\mu x_\mu}$$

$$= \left(\frac{2MM'}{M^2 + M'^2} \right) \exp \left[-\frac{1}{2\Omega} \left(\frac{m_2}{m_1} \right) \frac{(M^2 - M'^2)^2}{M^2 + M'^2} \right]$$

$$I_G^{(2)} = \int d^4x f_G^*(v', x) f_G(v, x) e^{+i\frac{2m_1}{d}q_\mu x_\mu}$$

$$= I_G^{(1)}(m_1 \leftrightarrow m_2)$$

$$\left[\Omega = d\sqrt{\frac{K}{\mu}} \quad : \text{Regge Slope inverse を表すパラメタ.} \right]$$

§ 2. 中間子の実効電流と固有電気双極子遷移

電流の特徴

1. 中間子の重心運動を共変的に記述 → **カレントの保存**

$$q_\mu J_\mu(P, P') = 0$$

2. スピン・カレントは通常の磁気双極子遷移の他に, ρ スピンの反転を伴う**固有電気双極子遷移**(intrinsic electric dipole transition)を含む.

$$\sigma_{\mu\nu} i q_\nu A_\mu = \sigma_{\mu\nu} F_{\mu\nu} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B} - i\rho_1 \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{E}$$

→
$$\begin{cases} \bar{u}_\pm(\mathbf{q}) (\sigma_{\mu\nu} i q_\nu A_\mu) u_\pm(0) \approx \chi^\dagger (\pm \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B}) \chi \\ \bar{u}_\pm(\mathbf{q}) (\sigma_{\mu\nu} i q_\nu A_\mu) u_\mp(0) \approx \chi^\dagger (\mp i \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{E}) \chi \end{cases} \quad (|\mathbf{q}| \approx 0)$$

§ 3. $c\bar{s}$ 中間子系の光崩壊

本研究での模型のパラメタの決定法

m_c, m_n, m_s	$m_c = \frac{M(J/\psi)}{2}, m_n = \frac{M(\rho)}{2}, m_s = \frac{M(\phi)}{2}$
$g_M^{(n)}, g_M^{(s)}, g_M^{(c)}$	$g_M^{(c)} = 0.667$ from $\Gamma_{\text{EXP}}(J/\psi \rightarrow \eta_c \gamma)$ $g_M^{(n)} = g_M^{(s)} = 1$
$\Omega_{c\bar{c}}, \Omega_{c\bar{n}}, \Omega_{c\bar{s}}$	$(\Omega_{c\bar{c}}, \Omega_{c\bar{n}}, \Omega_{c\bar{s}}) = (3.06, 2.03, 2.58) \text{ GeV}^2$ from $\Omega = M(^3P_2)^2 - M(^3S_1)^2$

M, M' それぞれの Physical Meson Mass (PDGより引用)

§ 3. csbar中間子系の光崩壊

各光崩壊過程でのカレントの具体形

$$(1) \quad J_\mu(1^- \rightarrow 0^- \gamma) = ie\mu\epsilon_{\mu\nu\rho\alpha}q_\nu\epsilon_\rho(P)P_\alpha$$

$$\mu = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{M} + \frac{1}{M'}\right) \left[\frac{2}{3}\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)g_M^{(1)}I_G^{(1)} + \frac{(-1)}{3}\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)g_M^{(2)}I_G^{(2)} \right]$$

$$(2) \quad J_\mu(0^+(c_\pm\bar{s}_\mp) \rightarrow 1^- \gamma) = e\zeta[\epsilon_\mu^*(v')(P_\nu q_\nu) - P_\mu(\epsilon_\nu^*(v')q_\nu)]$$

$$\zeta = \frac{(-1)}{2} \left[\frac{2}{3}\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)g_M^{(1)}\left(\frac{\mp 1}{M} + \frac{1}{M'}\right)I_G^{(1)} + \frac{(-1)}{3}\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)g_M^{(2)}\left(\frac{\pm 1}{M} + \frac{1}{M'}\right)I_G^{(2)} \right]$$

§ 3. csbar中間子系の光崩壊

各光崩壊過程でのカレントの具体形

$$(3) \quad J_\mu(1^+(c_\pm \bar{s}_\mp) \rightarrow 0^- \gamma) = e\xi[\epsilon_\mu(v)(P_\nu q_\nu) - P_\mu(\epsilon_\nu(v)q_\nu)]$$

$$\xi = \frac{(-i)}{2} \left[\frac{2}{3} \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) g_M^{(1)} \left(\frac{\pm 1}{M} - \frac{1}{M'}\right) I_G^{(1)} + \frac{(-1)}{3} \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) g_M^{(2)} \left(\frac{\pm 1}{M} + \frac{1}{M'}\right) I_G^{(2)} \right]$$

$$(4) \quad J_\mu(1^+(c_+ \bar{s}_-) \rightarrow 0^+ \gamma) = ie\eta \epsilon_{\mu\nu\rho\alpha} q_\nu \epsilon_\rho(P) P_\alpha$$

$$\eta = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{M} + \frac{1}{M'}\right) \left[\frac{2}{3} \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) g_M^{(1)} I_G^{(1)} + \frac{(-1)}{3} \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) g_M^{(2)} I_G^{(2)} \right]$$

§ 3. $c\bar{s}$ 中間子系の光崩壊

Numerical Results

結果は全て in (keV)

(1) $1^- \rightarrow 0^-$

Process	Our Results	Exp Data
$D^*(2010)^+ \rightarrow D(1863)^+ \gamma$	1.77	1.54 ± 0.53
Process	Our Results	QM(Godfrey)
$D_s^*(2112)^+ \rightarrow D_s(1968)^+ \gamma$	0.82	0.125

§ 3. $c\bar{s}$ 中間子系の光崩壊

(2) $0^+ \rightarrow 1^-$

Calc. 1

$D_{s0}^*(2317)$ スピンWF $c+\alpha$ \bar{s} で記述される相対論的S波状態
と同定し、光崩壊幅を計算する.

Process	Our Results	LCSR(Colangelo)	QM(Godfrey)
$D_{s0}^*(2317) \rightarrow D_s^*(2112)\gamma$	17.6	4 - 6	1.9

§ 3. $c\bar{s}$ 中間子系の光崩壊

(2) $0^+ \rightarrow 1^-$ (cont'd)

Calc. 2

スピン $c_{+\alpha} \bar{s}_{-\beta}$ で記述される相対論的S波状態に加えて、
WF $c_{-\alpha} \bar{s}_{+\beta}$ 状態の寄与を混合させ、光崩壊幅を計算する。

仮に、状態の混合の割合を確率にして

$$c_{+} \bar{s}_{-} : c_{-} \bar{s}_{+} = 75\% : 25\%$$

としてみると

Process	Our Results	LCSR(Colangelo)
$D_{s0}^*(2317) \rightarrow D_s^*(2112)\gamma$	4.95	4 - 6

§ 3. $c\bar{s}$ 中間子系の光崩壊

(3) $1^+ \rightarrow 0^-$

Calc. 1

$D_{s_1}(2460)$ をスピンWF $c+\alpha$ で記述される相対論的S波状態
と同定し, 光崩壊幅を計算する.

Process	Our Results	LCSR(Colangelo)	QM(Godfrey)
$D_{s_1}(2460) \rightarrow D_s(1968)\gamma$	48.8	19-29	6.2

§ 3. $c\bar{s}$ 中間子系の光崩壊

(3) $1^+ \rightarrow 0^-$ (cont'd)

Calc. 2

スピン $c_{+\alpha} \bar{s}_{-\beta}$ で記述される相対論的S波状態に加えて、
WF $c_{-\alpha} \bar{s}_{+\beta}$ 状態の寄与を混合させ、光崩壊幅を計算する。

仮に、状態の混合の割合を確率にして

$$c_{+} \bar{s}_{-} : c_{-} \bar{s}_{+} = 90\% : 10\%$$

としてみると

Process	Our Results	LCSR(Colangelo)
$D_{s1}(2460) \rightarrow D_s(1968)\gamma$	25.5	19 - 29

§ 3. $c\bar{s}$ 中間子系の光崩壊

(4) $1^+ \rightarrow 0^+$

Process	Our Results	LCSR(Colangelo)	QM(Godfrey)
$D_{s1}(2460) \rightarrow D_{s0}^*(2317)\gamma$	0.59	0.5 – 0.8	0.012

§ 4. まとめ

光崩壊の結果のまとめ

1. $D^* \rightarrow D\gamma$ の予言値は, 実験値を再現する.
2. $Ds^*_0(2317)$, $Ds_1(2460)$ を $c_+\bar{s}_-$ 相対論的S波状態であるとすれば, $Ds^*_0(2317) \rightarrow Ds^*\gamma$ および $Ds_1(2460) \rightarrow Ds\gamma$ 共に, 他の模型の予言に比べて, 大きな(2 ~ 10倍程度)崩壊幅が予言された. これらの過程は ρ_3 の反転を伴う固有電気双極子遷移が支配的役割を果たしている.
3. c-quarkの負energy成分の寄与を, スカラーの場合25パーセント, 軸性ベクトルの場合10パーセント混合させれば, LCSRの値程度になる. (cf Matsuki et al.)

§ 4. まとめ

結論: $D_{s^*0}(2317)$ および $D_{s1}(2460)$ は, csbar 系の relativistic S-wave state の有力な候補.