

# Scalar-quark systems in $SU(3)_c$ lattice QCD

飯田英明

(RCNP, 阪大)

菅沼 秀夫 (京大理学部)

高橋 徹 (東工大)

(Ref: Phys. Rev. D75, 114503)

RCNP研究会「Challenge to New Exotic Hadrons with Heavy Quarks」

July 7-8, 2007

RCNP, 阪大

# イントロダクション

# 質量の起源

## Motivation 1

2つの質量起源:

■ ヒッグス起源 ... ~ 1%

カレントクォーク質量:

$$m_u (\mu=1\text{GeV}) = (1.5-3)\text{MeV}$$

$$m_d (\mu=1\text{GeV}) = (3-7)\text{MeV}$$

$\mu$ : renormalization scale

[ Particle Data Group (2006) ]

■ 強い相互作用起源 ... ~ 99% !

構成子クォーク質量:

$$M \sim (300-400)\text{MeV (for light quarks)}$$

⇒ ほとんどの質量は強い相互作用 (QCD) に起因する !

大きな構成子クォーク質量の生成



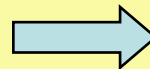
自発的なカイラル対称性の破れ

...軽いフェルミオンの質量生成に重要なメカニズム

(Y.Nambu, G.Jona-Lasinio, Phys.Rev.122(1961)345: in Nambu-Jona-Lasinio (NJL) model)

カレントクォーク

~ 3MeV



構成子クォーク

~ 350MeV



カイラル対称性の自発的破れ

# カイラル対称性の自発的破れは、軽いフェルミオンのみが持つ対称性

疑問:

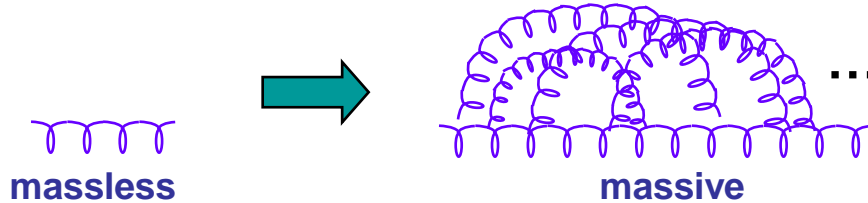
強い相互作用の世界では、

質量生成にカイラル対称性の自発的破れは必要なのか？

カイラル対称性以外の質量生成の可能性を示唆する例:

## ① Gluon (摂動論的には massless):

- 大きな質量 (from lattice QCD):



$$m_{\text{gluon}} = 0.5 \sim 1\text{GeV}$$

J.E.Mandula and M.Ogilvie (Landau gauge)  
Phys.Lett.B185(1987),127  
K.Amemiya, H.Suganuma (MA gauge)  
Phys.Rev.D60(1999)114509

- **Blueball**: グルーオンのみからなるハドロン

最も軽いグルーボール ( $0^{++}$ ) でも、比較的重い... **1.5GeV** ( $f_0(1500)$ はその候補)

## ② Charm quark

- ・カレントクォーク質量  $m_c$ :  $\sim$  **1.2GeV** (Particle Data Group)
- ・クォークモデルでは、構成子クォーク質量が **1.6GeV**

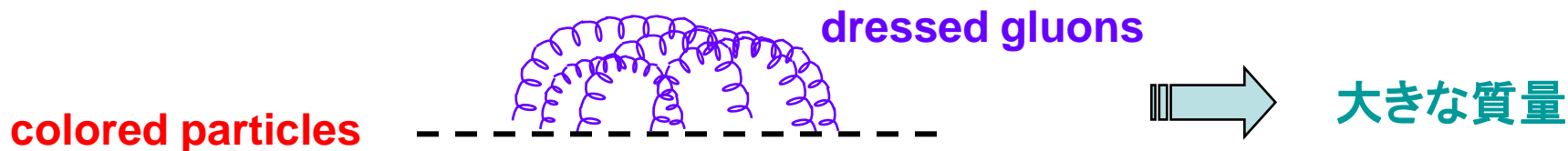
(1.6-1.2)GeV=**400MeV** の差は、カイラル対称性の自発的破れによらない

強い相互作用における質量生成と考えられる

## Our conjecture:

カイラル対称性の自発的破れがなくとも、大きな質量生成が強い相互作用の世界で起こる。

すべてのカラーを持った粒子(scalar, fermion, vector)は、グルーオンの衣の効果によって、大きな質量を得る。



この研究では、カラーを持った(bare massが)軽いスカラー粒子の系を調べる。  
...カイラル対称性を持たない系

[      ここでは、この粒子を「スカラークォーク」と呼ぶことにする。      ]

我々はカラーを持ったスカラー粒子の束縛状態を調べる。  
すなわち、スカラークォークから成るハドロンを、lattice QCDを用いて、  
スカラークォークの質量生成の観点から研究する。

↑  
QCDの非摂動領域において、強力な手法

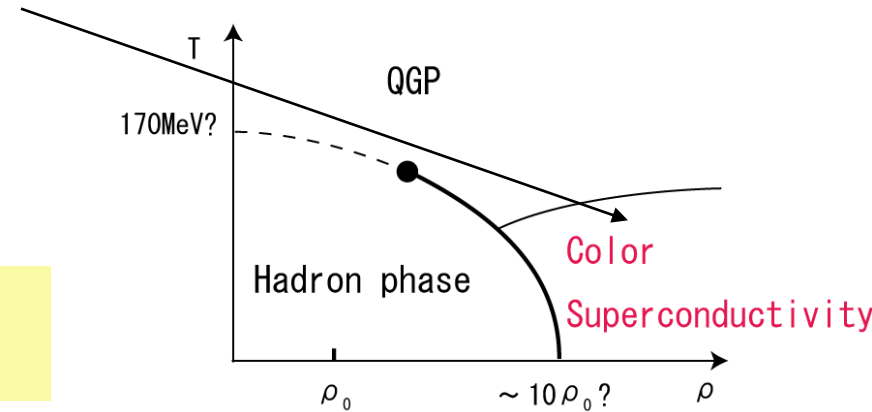
## [ダイクォーク描像]

- 核子の構造関数:  
核子が中間エネルギー領域で、  
ダイクォークとクォークの混在した状態であるようなモデルで記述される
- エキゾチック・ハドロンにもダイクォーク描像は重要

### 高密度極限の系:

カラー3チャンネルの1グルーオン交換によって、  
ダイクォーク凝縮が起こると考えられる  
⇒カラー超伝導

しかし、ダイクォークの性質(サイズや質量)  
はよく理解されてはいない



カラー3チャンネルのダイクォークの点粒子極限 (spin 0)  
⇔ スカラーQCDの $SU(3)_c$ の基本表現のスカラークォーク

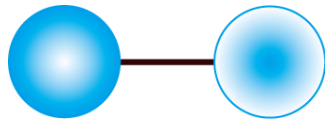
点粒子極限のダイクォークの研究

⇔ スカラークォークの研究

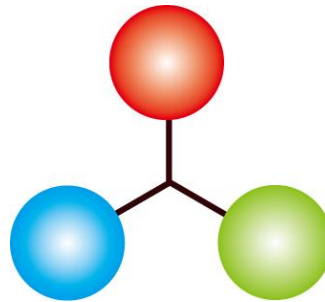
**フォーマリズム**

# スカラークォークハドロン

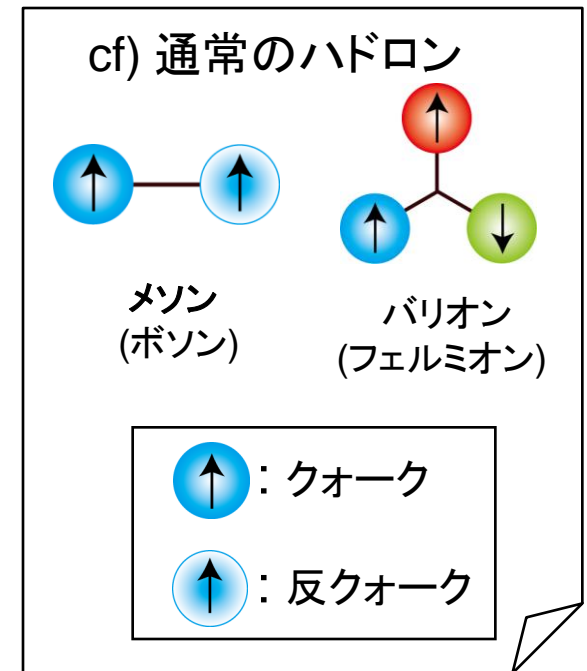
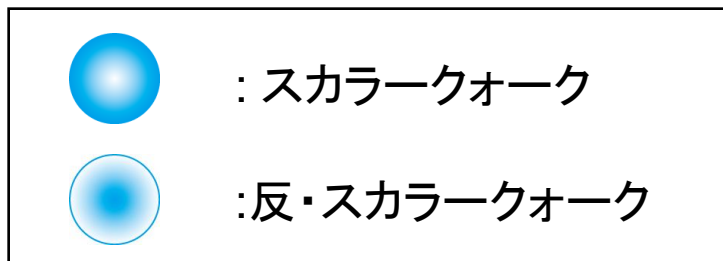
スカラークォークハドロンは、2又は3個のスカラークォークのみから構成されるハドロン(カラー1重項):



スカラークォークメソン  
(ボゾン)



スカラークォークバリオン  
(ボゾン)

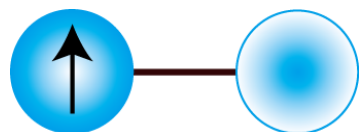


★ 通常のハドロンとは、統計性の違うものがあることに注意

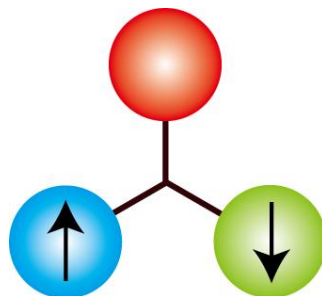
# キメラハドロン

キメラハドロンは、クォークとスカラークォークから構成されるハドロン(カラー1重項):

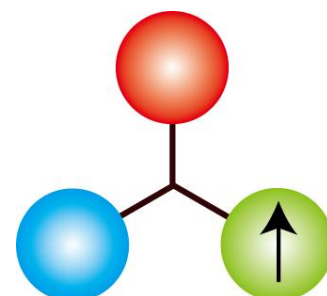
[ 「キメラハドロン」は我々の造語 ]



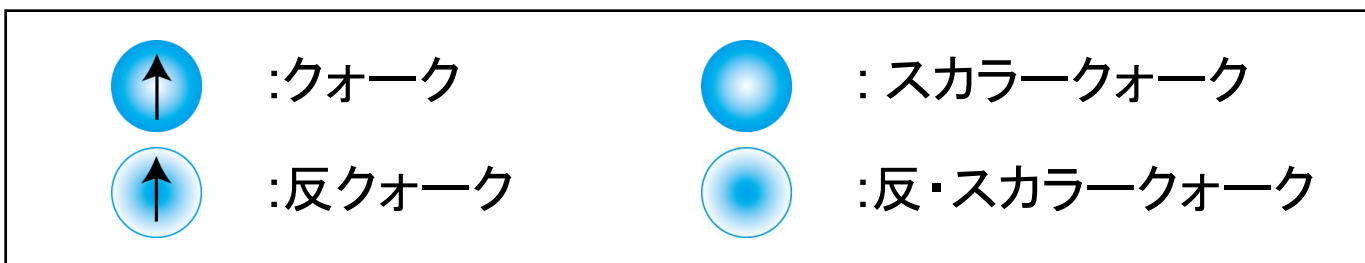
キメラメソン  
(フェルミオン)



キメラバリオン  
(ボソン)



キメラバリオン  
(フェルミオン)



クエンチ近似における格子QCDにおいて、スカラークォークハドロンとキメラハドロンの質量を計算し、スカラークォークの動的質量を見積もる。

# 格子QCDセットアップ

— 連続極限 (ミンコフスキー空間) —

## ● QCD

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \mathcal{L}_{\text{F}} - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu},$$
$$\mathcal{L}_{\text{F}} = \bar{\Psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m_q)\Psi$$

$\Psi$  : quark field (color triplet)

$D_\mu$  : covariant derivative     $F_{\mu\nu}$  : field strength tensor

## ● スカラーQCD

$$\mathcal{L}_{\text{sQCD}} = \mathcal{L}_{\text{SQ}} - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu},$$
$$\mathcal{L}_{\text{SQ}} = \text{tr} (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) - m_\phi^2 \text{tr} \phi^\dagger \phi$$

$\phi$  : scalar quark (color triplet)

## ● クォークとスカラークォークを含むQCD

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{F}} + \mathcal{L}_{\text{SQ}} - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu}$$

## — 離散化 (ユークリッド空間) —

### ● クォークセクター ...ウィルソンクォーク作用:

$$S_F \equiv \sum_{x,y} \bar{\psi}(x) K(x,y) \psi(y),$$

$x, y$	: space coordinate
$U_\mu(x)$	: link variable
$\kappa$	: hopping parameter

$$K(x,y) \equiv \delta_{x,y} - \kappa \sum_{\mu} \{ (\mathbf{1} - \gamma_\mu) U_\mu(x) \delta_{x+\hat{\mu},y} + (\mathbf{1} + \gamma_\mu) U_\mu^\dagger(y) \delta_{x,y+\hat{\mu}} \}$$

### ● スカラークォークセクター

$$S_{SQ} \equiv \sum_{x,y} \phi^\dagger(x) K(x,y) \phi(y),$$

$m_\phi$	: mass of scalar quark
----------	------------------------

$$K(x,y) \equiv - \sum_{\mu} (\delta_{x+\hat{\mu},y} U_\mu(x) + \delta_{x-\hat{\mu},y} U_\mu^\dagger(y) - 2\delta_{xy} \mathbf{1}) + m_\phi^2 \delta_{xy} \mathbf{1}$$

局所的かつシンプルな、ゲージ不変性を保つ作用

※エラーはクォーク作用より高次 ( $O(a^2)$ ) から始まる

# ハドロニック・オペレータ

スカラークォークハドロンとキメラハドロンに対し、以下のオペレータを用いる:

## ・スカラークォークハドロンに対するオペレータ

$$M_S(x) \equiv \Gamma_M^{ij} \phi_a^\dagger(x) \phi(x)_a^j \quad (\text{スカラークォークメソン})$$

$$B_S(x) \equiv \Gamma_B^{ijk} \epsilon_{abc} \phi_a^i(x) \phi_b^j(x) \phi_c^k(x) \quad (\text{スカラークォークバリオン})$$

## ・キメラハドロンに対するオペレータ

$$C_M^\alpha(x) \equiv \phi_a^\dagger(x) \Psi_a^\alpha(x) \quad (\text{キメラメソン})$$

$$C_{B1}^\alpha(x) \equiv \Gamma_B^{ij} \epsilon_{abc} \phi_a^i(x) \phi_b^j(x) \Psi_c^\alpha(x) \quad (\text{キメラバリオン})$$

$$C_{B2}(x) \equiv \epsilon_{abc} (\Psi_a^T(x) C \gamma_5 \Psi_b(x)) \phi_c(x) \quad (\text{キメラバリオン})$$

$\left( \begin{array}{l} \phi_a^i(x) : \text{スカラークォーク} (a: \text{color}, i: \text{scalar-quark flavor}), \quad \Psi_a^\alpha(x) : \text{クォーク} (\alpha: \text{スピノル}) \\ \Gamma_M^{ij}, \Gamma_B^{ijk}, \Gamma_B^{ij} : \text{スカラークォークフレーバーに対するテンソル} \leftarrow \text{スカラークォークにフレーバーを導入} \\ \text{(mass は縮退)} \end{array} \right)$

注: ① カラーの反対称性より、 $B_S(x)$  は  $N_f^{\text{scalar}} \leq 2$  で消え、 $C_{B1}(x)$  は  $N_f^{\text{scalar}} \leq 1$  で消える。

(非局所的なオペレータを用いた場合は  $N_f^{\text{scalar}} = 1$  でも消えない。が、1粒子描像の立場に立てば、空間の足で反対称に組んだ場合、S波の状態は含まれないので、重くなる。)  $\Rightarrow$  スカラークォークの質量生成を調べる観点からは好ましくない。

② スカラークォークメソンに関しては、**flavor non-singlet** なものを考える。  
 $\Rightarrow$  スカラークォーク・メソンに disconnected diagram は現れない。

# Collerators

⇒ これらのoperatorを用い、以下のcolleratorを計算する

$$G(t) \equiv \frac{1}{V} \sum_{\vec{x}} \langle O(\vec{x}, t) O^\dagger(\vec{0}, 0) \rangle \quad (\text{total momentum is projected to be zero})$$

⇒ この  $G(t)$  より、 $t$ に関する遠方での振舞い ( $\sim C_0 e^{-M_0 t}$ ) から  
フィットによって基底状態の質量  $M_0$  を引き出す。

## 格子QCDのパラメータ

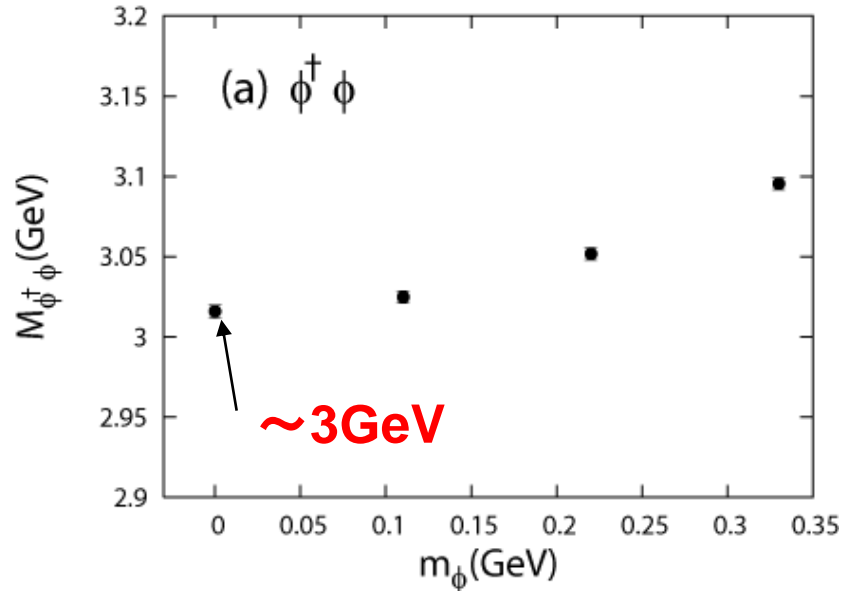
### クエンチ近似

- $\beta=5.70$  ( $a^{-1} = 1.1\text{GeV} = (0.18\text{fm})^{-1}$ )
- $\left[ \beta \equiv \frac{2N_c}{g^2} \text{ (corresponding to gauge coupling), } a : \text{lattice spacing (lattice cutoff)} \right]$
- Lattice size:  $16^3 \times 32$  (spatial volume:  $(2.9\text{fm})^3$ )
  - Scalar-quark masses:  $m_\phi=0, 0.11, 0.22, 0.33\text{GeV}$
  - $M_\pi=0.49, 0.63, 0.75\text{GeV} \Leftrightarrow \kappa=0.1650, 1625, 1600$   
( $m_\psi=0.087, 0.14, 0.19\text{GeV}$ , estimated from the tree-level relation:  $2m_\psi a = 1/\kappa - 1/\kappa_c$ )

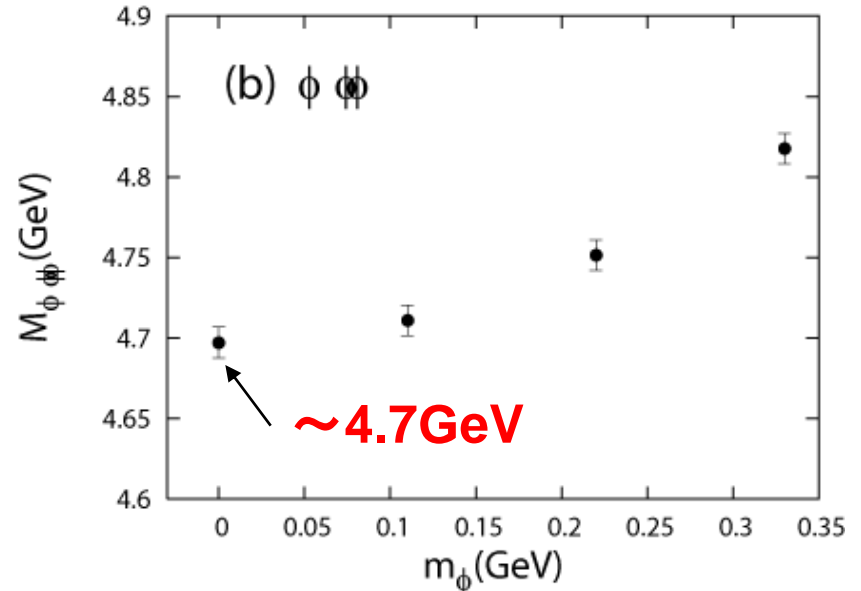
# 計算結果

# スカラークォークハドロン: $\phi^\dagger\phi$ および $\phi\phi\phi$

$M_{\phi^\dagger\phi}$  (GeV) (scalar-quark meson mass)



$M_{\phi\phi\phi}$  (GeV) (scalar-quark baryon mass)



## 重要な結果:

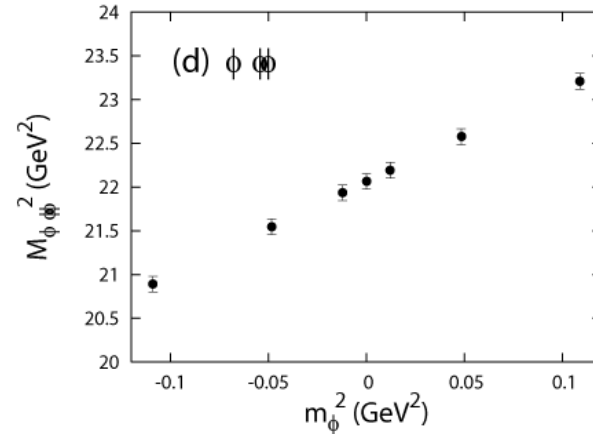
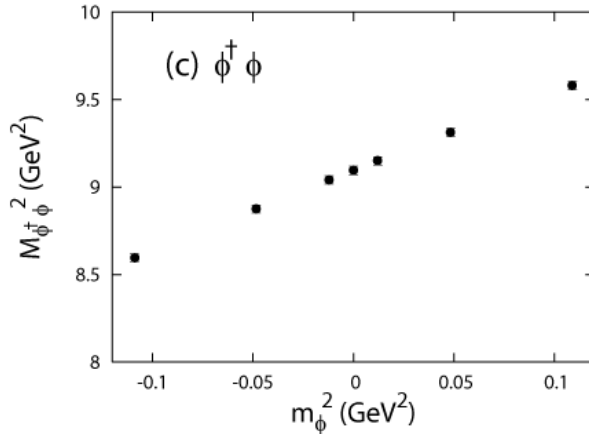
bare scalar-quark mass が0のとき ( $m_\phi=0$ ),  $M_{\phi^\dagger\phi} \sim 3.0\text{GeV}$  また  $M_{\phi\phi\phi} \sim 4.7\text{GeV}$ .

$\Rightarrow$  動的に生成された  $\phi$  の質量  $M_\phi$  は,  $M_\phi \sim 1.5\text{GeV}!!$

cf) 構成子クォーク質量  $\sim 300\text{MeV}$  (軽いクォークに対して)

カイラル対称性の自発的破れではない強い相互作用の効果によって、  
大きな質量生成がスカラークォークの系において起こる!

# $m_\phi^2 \leq 0$ におけるスカラークォークハドロンの質量



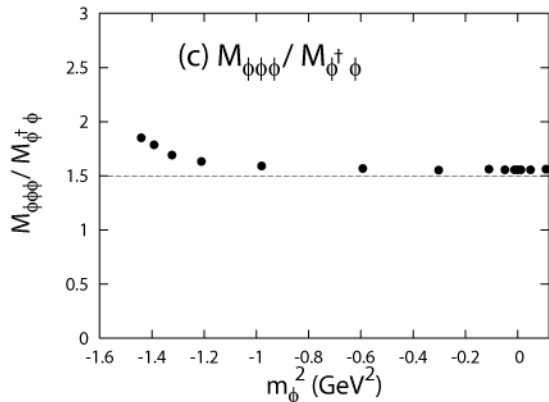
①  $m_\phi^2 \leq 0$ の領域においても、計算は可能

②  $M_{\phi^\dagger\phi}^2 \simeq 4m_\phi^2 + \text{const.}$  と  $M_{\phi\phi\phi}^2 \simeq 9m_\phi^2 + \text{const.}$  が近似的に成立

$\Rightarrow M_\phi^2 \simeq m_\phi^2 + \Sigma_\phi$  ...スカラー粒子のbare massとdynamical generated massとの

( $\Sigma_\phi$ : スカラークォークのself energy,  $M_{\phi^\dagger\phi} \simeq 2M_\phi$ ,  $M_{\phi\phi\phi} \simeq 3M_\phi$ ) 標準的な関係

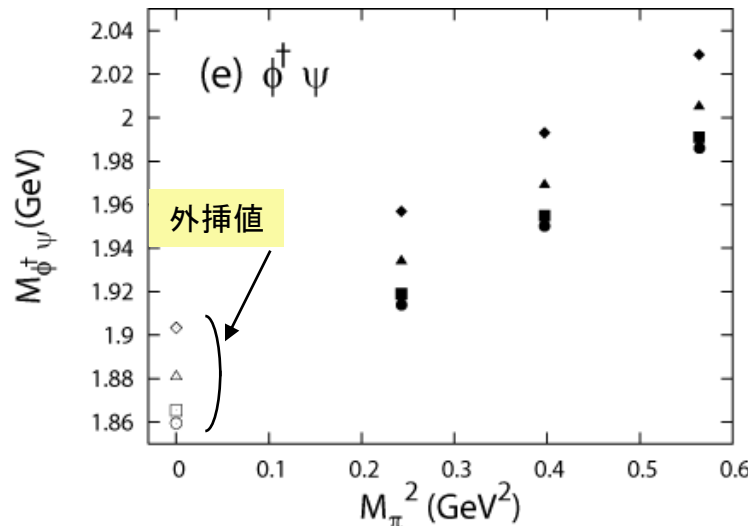
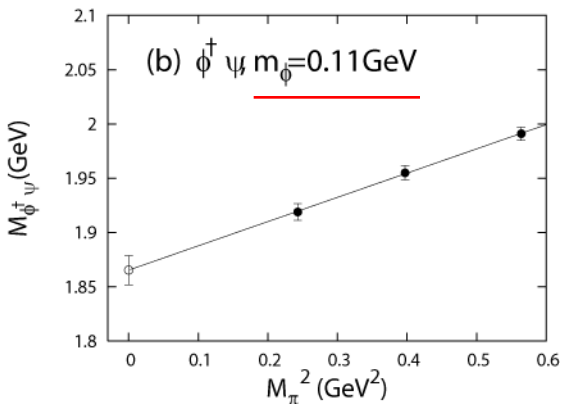
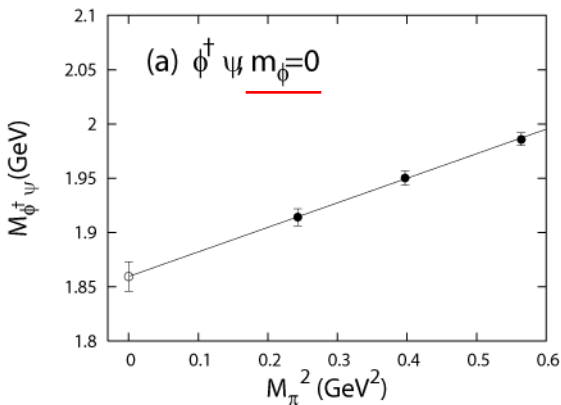
注:



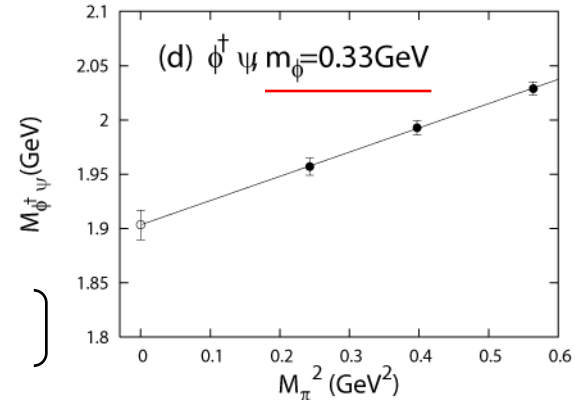
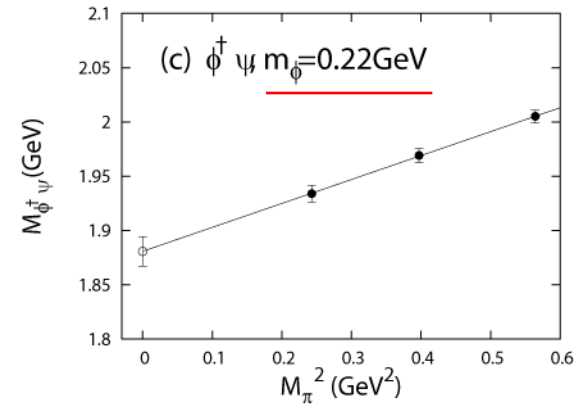
$M_{\phi\phi\phi}/M_{\phi^\dagger\phi} \simeq 1.5 (= \frac{3}{2})$  [  $m_\phi^2 \sim -(1.2\text{GeV})^2$  以外の領域 ]  
 (この付近で計算が収束しなくなる)

- 
- 構成子スカラークォーク描像が広い範囲で成立。
  - $M_{\phi^\dagger\phi} \rightarrow 0$  のとき  $M_{\phi\phi\phi} \rightarrow 0$

# キメラメソン: $\phi^\dagger\psi$



( circle:  $m_\phi=0$ , square:  $m_\phi=0.11\text{GeV}$   
 triangle:  $m_\phi=0.22\text{GeV}$ , diamond:  $m_\phi=0.33\text{GeV}$  )



chimera meson mass  $M_{\phi^\dagger\psi}$  vs pion mass  $M_\pi$  and scalar-quark mass  $m_\phi$

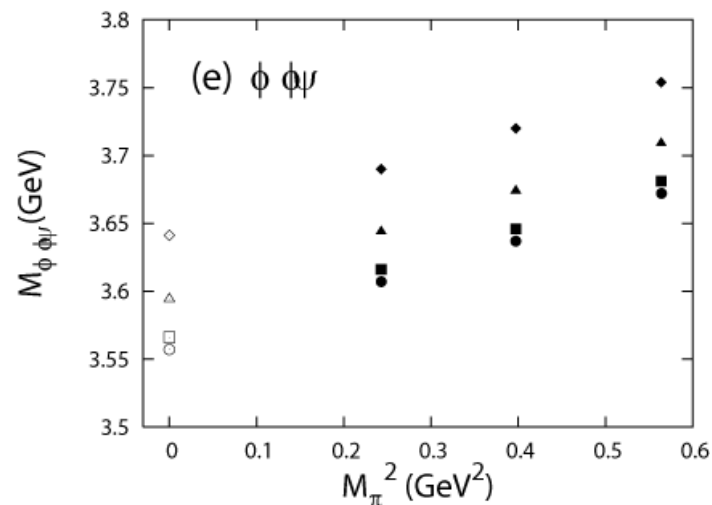
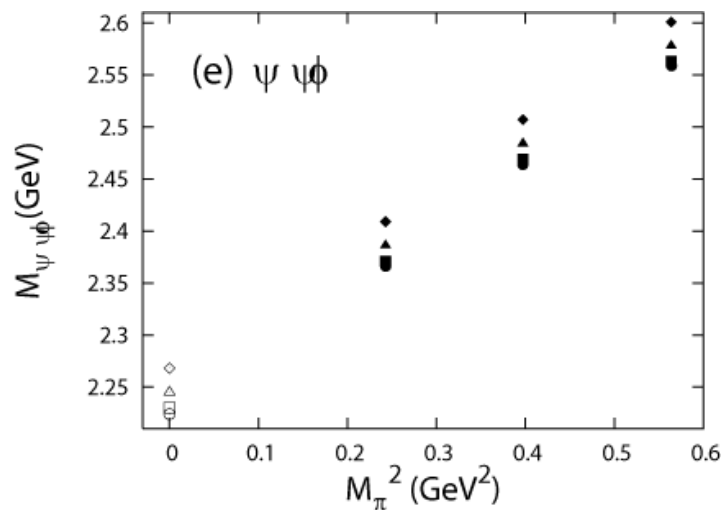
- $m_\phi=0$  かつ  $M_\pi \sim 0$ において、キメラメソンの質量は  $M_{\phi^\dagger\psi} \sim 1.9\text{GeV}$ 。  
 $\Rightarrow M_\phi + M_\psi \sim M_{\phi^\dagger\psi}$  が成立。(1.5GeV + 0.4GeV = 1.9GeV)

構成子スカラークォーク質量:  $M_\phi \sim 1.5\text{GeV}$ , 構成子クォーク質量:  $M_\psi \sim 400\text{MeV}$

- $m_\phi$ 依存性は小さい ( $\phi$ の大きな質量生成による)

$$M_{n_\phi\phi+n_\psi\psi} \simeq n_\phi M_\phi + n_\psi M_\psi \simeq (n_\phi \sqrt{\Sigma_\phi} + n_\psi M_\psi) + \frac{n_\phi}{2} \frac{m_\phi^2}{\sqrt{\Sigma_\phi}}$$

# キメラバリオン: $\Psi\Psi\phi$ および $\phi\phi\Psi$



chimera baryon mass  $M_{\Psi\Psi\phi}$  and  $M_{\phi\phi\Psi}$  vs pion mass  $M_{\pi}$  and scalar-quark mass  $m_{\phi}$

(中心値のみ)

- $m_{\phi}=0$  かつ  $M_{\pi} \sim 0$ ,  $M_{\Psi\Psi\phi} \sim 2.4\text{GeV}$ .  $\Rightarrow M_{\phi} + 2 \times M_{\Psi} \sim M_{\Psi\Psi\phi}$
- $m_{\phi}=0$  かつ  $M_{\pi} \sim 0$ ,  $M_{\phi\phi\Psi} \sim 3.7\text{GeV}$ .  $\Rightarrow 2 \times M_{\phi} + M_{\Psi} \sim M_{\phi\phi\Psi}$

構成子スカラークォーク質量:  $M_{\phi} \sim 1.5\text{GeV}$ , 構成子クォーク質量:  $M_{\Psi} \sim 400\text{MeV}$

- $m_{\phi}$  依存性は小さい ( $\phi$  の大きな質量生成による)

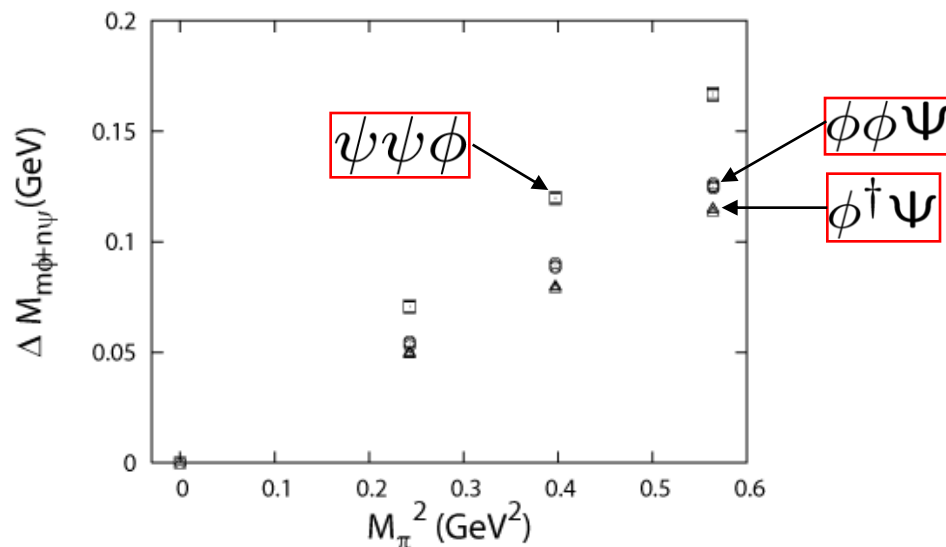
# ★ $\phi\phi\Psi$ と $\phi^\dagger\Psi$ の類似性

次の3つの量を比較する:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta M_{\phi^\dagger\psi} \equiv M_{\phi^\dagger\psi}(m_\phi^2, M_\pi^2) - M_{\phi^\dagger\psi}(m_\phi^2, M_\pi^2 = 0) \\ \Delta M_{\psi\psi\phi}/2 \equiv (M_{\psi\psi\phi}(m_\phi^2, M_\pi^2) - M_{\psi\psi\phi}(m_\phi^2, M_\pi^2 = 0))/2 \\ \Delta M_{\phi\phi\psi} \equiv M_{\phi\phi\psi}(m_\phi^2, M_\pi^2) - M_{\phi\phi\psi}(m_\phi^2, M_\pi^2 = 0) \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} & \Delta M_{n_\phi\phi+n_\psi\psi}(m_\phi^2, M_\pi^2) \\ & \equiv M_{n_\phi\phi+n_\psi\psi}(m_\phi^2, M_\pi^2) - M_{n_\phi\phi+n_\psi\psi}(m_\phi^2, M_\pi^2 = 0) \\ & \simeq n_\psi k M_\pi^2, \end{aligned}$$

$$\left( \begin{array}{l} m_\psi \simeq k M_\pi^2 \\ k \equiv -f_\pi^2 / (2\langle \bar{q}q \rangle) \end{array} \right. \text{GOR relation}$$



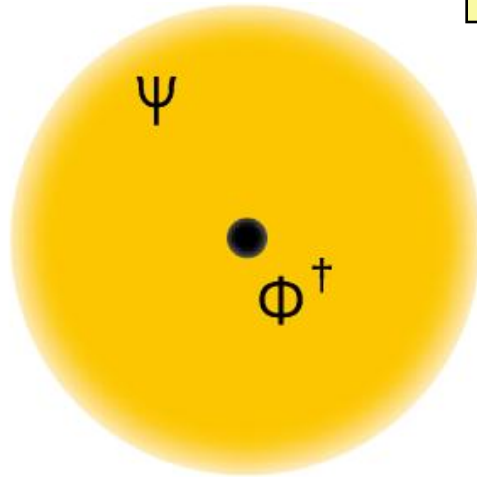
①  $m_\phi$  にはほとんど依存しない ( $m_\phi$  の違うシンボルは縮退)

②  $M_\pi$  依存性が  $\phi^\dagger\Psi$  と  $\phi\phi\Psi$  でほとんど同じ。  $\psi\psi\phi$  は多少ずれる。

⇒  $\phi\phi\Psi$  と  $\phi^\dagger\Psi$  との間の強い類似性が見られる

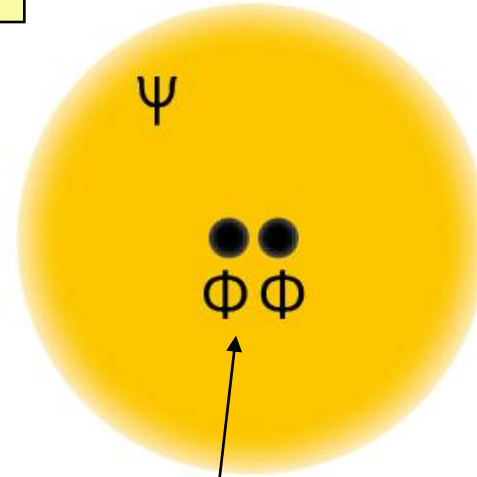
# $\phi^\dagger\Psi$ と $\phi\phi\Psi$ の間の強い類似性の理由

## 波動関数



(a) Chimera meson  $\phi^\dagger\Psi$

スカラークォーク  $\phi$  は非常に重いので、軽いクォーク ( $\Psi$ ) の波動関数は、スカラークォーク  $\phi$  のまわりに分布する。

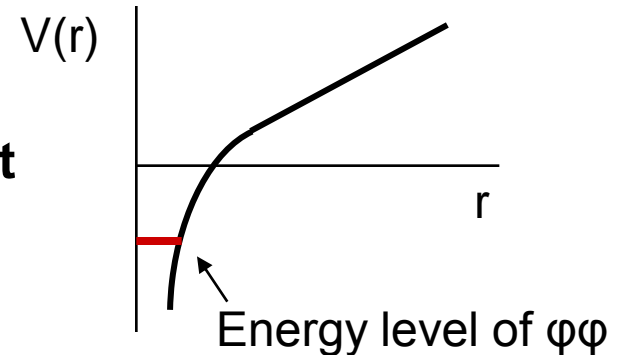


(b) Chimera baryon  $\phi\phi\Psi$

スカラークォーク  $\phi$  の大きな構成子質量により、2つの粒子  $\phi\phi$  は Coulomb 相互作用の下で近づく。  
⇒「ダイ・スカラークォーク」を形成。そのまわりに  $\Psi$  の波動関数が分布。

2つの系の違いは、中心の object の質量のみ  
...系の性質は、heavy object ではなく light object  
によって決定される。

⇒ 類似性



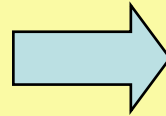
# 結果と考察

# 結果と考察

- カラーを持ったスカラー粒子の系において、強い相互作用により大きな質量生成が起こる。(カイラル対称性の破れ以外の起源)

スカラークォークの動的質量: 約1.5GeV  
(at the lattice cutoff  $a^{-1} \sim 1\text{GeV}$ )  
...グルーオンの衣(dressed gluon)の効果

$m_\phi \sim 0$   
(bare scalar-quark mass)



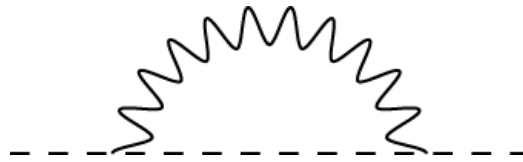
$M_\phi \geq 1\text{GeV}$   
(スカラークォークの大きな質量生成)  
Dressed gluon effect

QCD (gluon) effect  
(non-chiral origin)

# 結果と考察

注: このような大きな質量生成は、スカラー粒子では自然

cf) ヒッグス粒子のself energy



1 loop 計算:  $\Sigma \propto \Lambda^2$

( $\Lambda$ : ultraviolet cutoff)

この研究では  $\Lambda \sim a^{-1} \sim 1\text{GeV}$

$$\Sigma_\phi (= \delta m^2) \sim (a^{-1})^2 \sim (1\text{GeV})^2$$

1GeV order の補正

● (ダイクォークの観点から)

ハドロンの有効模型において使われる適切なダイクォークは、

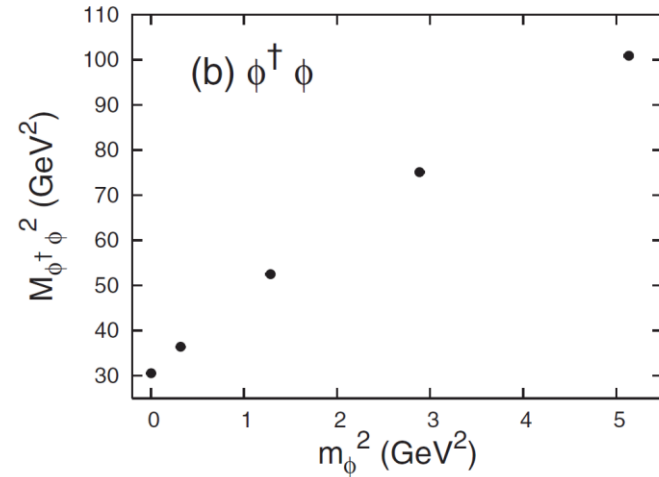
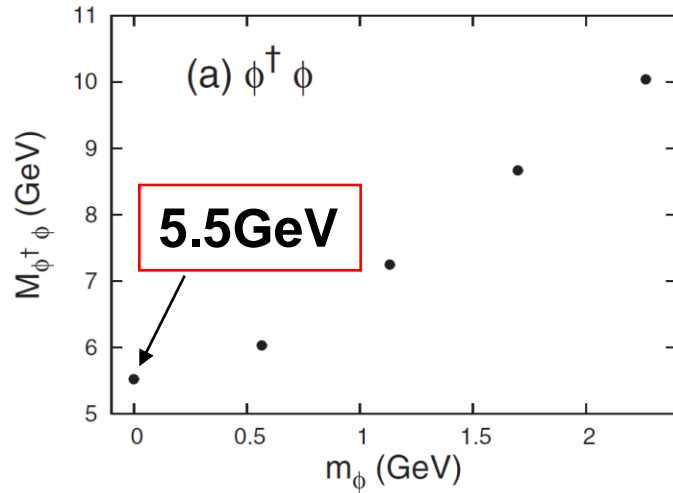
点状粒子 ( $\sim 0.2\text{fm}$ ) としては扱えない

$a \simeq 0.2\text{fm}$  より十分大きくなければならない

この計算では、 $m_\phi$  はスケール  $a^{-1}$  における、ダイクォークの有効質量と見なせる  
( $m_\phi$ :  $\phi^4$  理論で induce された質量)

cf:  $\beta=6.1$  の計算 ( $a^{-1} \sim 2\text{GeV}$ ) ...cutoff大

スカラークォークメソン  $\phi^\dagger\phi$



$$m_\phi = 0 \text{ において } \frac{(M_{\phi^\dagger\phi} a)|_{\beta=6.10}}{(M_{\phi^\dagger\phi} a)|_{\beta=5.70}} \simeq 0.9,$$

⇒ スカラークォークメソンの質量が、cutoff  $a^{-1}$  に比例

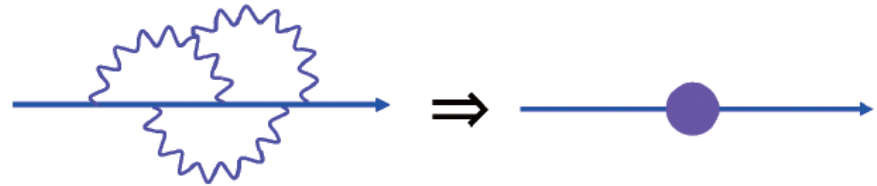
⇒ たしかに、self energyはcutoff  $a^{-1}$  の2乗に比例

$$\Sigma_\phi \propto (a^{-1})^2$$

※連続極限を取るなら、bare massを調節して発散を取り除く。

# 結果と考察

- lattice QCDを用いて、スカラークォーク(カラーを持ったスカラー粒子)系の研究を行った。
- スカラークォークが(カイラル対称性の自発的破れではない)大きな質量をもつことが分かった。 $(\sim a^{-1})$   
この大きな質量は、**dressed gluon** の効果によって生み出される。



- 構成子クォーク・スカラークォーク描像が、スカラークォークのbare mass  $m_\phi$  の広い範囲で成立する。
- ダイクォークの観点から言えば、ハドロンの有効模型において使われる適切なダイクォークは、点状粒子( $\sim 0.2\text{fm}$ )としては扱えないことを示唆している。

**lattice QCDにおいてスカラークォーク・クォーク系を  
議論した初めての研究**